Prehľad učiva

MATEMATIKA 5. ročník

- **Prirodzené čísla**
- **Trochu iné čísla**
- **Základné geometrické útvary**
- **Súmernosti v rovine**
- **Riešenie aplikačných úloh**

PRIRODZENÉ ČÍSLA ...

sú čísla, ktorými vyjadrujeme určitý počet – napríklad, počet predmetov v skúmanom súbore, alebo počet žiakov v triede; t.j. označujeme nimi **počet prvkov množín**.

Číslica, alebo **cifra**, je znak používaný na zápis hodnoty čísla v danom rade v pozičnej číselnej sústave. V desiatkovej sústave zapisujeme prirodzené čísla pomocou číslic **0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.**

Prirodzené čísla podľa počtu číslic delíme na **jednociferné** a **viacciferné** (2-ciferné, ...až *n*-ciferné).

V každom čísle sú sprava na prvom mieste jednotky, na druhom desiatky, na treťom stovky, na štvrtom tisíce, na piatom desaťtisíce, na šiestom stotisíce, na siedmom milióny atď. *Poradie cifier* je dôležité a veľmi na ňom záleží.

Podľa počtu cifier rozdeľujeme čísla na :
jednociferné (1; 8; 5 ...),
dvojciferné (34; 64; 76 ...),
trojciferné (456; 234; 875 ...)

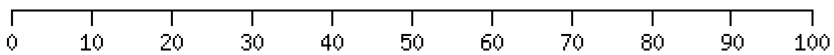
Veľké čísla – čísla s veľkým počtom cifier:
1 milión ... 1 000 000 .... (6 núl)
1 miliarda ... 1 000 000 000 ... (9 núl)
1 bilión ... 1 000 000 000 000 ... (12 núl)
1 biliara ... 1 000 000 000 000 000 ... (15 núl)
1 trilión ... 1 000 000 000 000 000 000 ... (18 núl)
1 triliarda ... 1 000 000 000 000 000 000 000 ... (21 núl)

Prirodzené čísla zapisujeme v skrátenom tvare, alebo rozvinutom tvare. Napríklad, číslo v skrátenom tvare: 302 578 môžeme napísať rozvinutým zápisom v desiatkovej číselnej sústave takto:

302 578 = 3 . 100 000 + 0 . 10 000 + 2 . 1000 + 5 . 100 + 7 . 10 + 8 . 1

Prirodzené čísla vrátane nuly znázorňujeme na **číselnej osi**, na ktorej sú zoradené čísla podľa veľkosti zľava od najmenšieho po najväčšie a medzery medzi číslami sú jednako veľké.

Obr.1 Číselná os znázorňujúca prirodzené čísla od 0 do 100



Porovnávanie prirodzených čísel

- pri porovnávaní dvoch prirodzených čísel používame znaky:

rovnosti = (napr. 7=7)

menšie < (napr. 7<14)

väčšie > (napr. 7>6)

- čísla s rôznym počtom cifier (číslic) ... číslo s väčším počtom číslic je väčšie (123<12345)
- čísla s rovnakým počtom číslic **porovnávame postupne číslice od najväčšieho rádu,** číslo s väčšou číslicou v danom ráde je potom väčšie napr. 82 998 > 82 978

Párnosť/ nepárnosť prirodzených čísel:

párne číslice: 0, 2, 4, 6, 8

nepárne číslice: 1, 3, 5, 7, 9

Číslo je párne, ak má na mieste jednotiek párnu číslicu. Číslo je nepárne, ak má na mieste jednotiek nepárnu číslicu.

Usporiadanie prirodzených čísel:

- prirodzené čísla môžeme usporiadať:

vzostupne – od najmenšieho po najväčšie číslo (napr. 7, 12, 23, 34, 56)

zostupne – od najväčšieho po najmenšie číslo (napr. 56, 34, 23, 12, 7)

Zaokrúhľovanie prirodzených čísel – pri zaokrúhľovaní platia tieto pravidlá:

- ak po číslici, ktorú zaokrúhľujeme, nasleduje číslo, ktoré je **menšie ako 5**, zaokrúhľujeme **„nadol“**
- ak po číslici, ktorú zaokrúhľujeme nasleduje číslo, ktoré je **väčšie alebo rovné 5**, zaokrúhľujeme **„nahor“**

Tab. 1 Príklady zaokrúhľovania (červenou farbou je vyznačené číslo, ktoré zaokrúhľujeme)

Zaokrúhlenie na	**Zaokrúhľované číslo**	**Zaokrúhlené číslo**
desiatky	356	**360**
stovky	2 278	**2 300**
tisíce	45 835	**46 000**
desaťtisíce	248 556	**250 000**
stotisíce	248 556	**200 000**
milióny	1 236 478	**1 000 000**

SČITOVANIE A ODČÍTAVANIE

Sčítanie:

- čísla, ktoré sčítavame sa nazývajú **sčítance**,
- výsledkom sčítanie je **súčet.**

sčítanec	+	sčítanec	=	súčet
67	+	**54**	=	**121**

Tab.2 Pravidlá, ktoré platia pri sčítavaní prirodzených čísel:

Pravidlo *(c, d, e = ľubovoľné prirodzené číslo)*	**Napríklad**
c + d = d + c	5 + 35 = 35 + 5
(c + d) + e = c + (d + e)	(5 + 35) + 9 = 5 + (35 + 9)
e + 0 = 0 + e = e	40 + 0 = 0 + 40 = 40

Odčítanie:

- číslo, od ktorého odčítavame, sa nazýva **menšenec**,
- číslo, ktoré odčítavame, sa nazýva **menšiteľ,**
- výsledkom odčítania je **rozdiel**.

menšenec	-	menšiteľ	=	rozdiel
67	**-**	**54**	=	**13**

Pri odčítavaní neplatia rovnaké pravidlá ako pri sčítaní. Na množine prirodzených čísel nemôžeme vykonať každé odčítanie (iba vtedy, ak je menšiteľ menší alebo rovnaký ako menšenec). To znamená, že: 45 – 57 nemá riešenie v množine prirodzených čísel (keďže výsledok je -12, a to nie je prirodzené číslo).

Písomné sčítanie a odčítanie

Pri písomnom sčítaní píšeme sčítance pod seba a výsledok pod čiaru. Postupujeme po stĺpcoch zprava doľava. Najprv sčítame jednotky, potom desiatky, stovky a tak ďalej. Dávame pozor, keď je súčet v jednom stĺpci rovný 10 a viac (dochádza k prechodu cez desiatku), potom do nasledujúceho stĺpca pripočítame počet desiatok, ktorý vyšiel v pôvodnom stĺpci.

6	*6*	*3*
1	*2*	*9*
		2

3 + 9 =12 – napíšem **2**, 1 mi zostane

6	*9*	*3*
1	*2*	*9*
	2	*2*

1 - čo mi zostala a 2 je **3**, potom 3+9 =12, **2** – napíšem,

6	*9*	*3*
1	*2*	*9*
8	*2*	*2*

1, čo mi zostala a **1** je **2**, 2+6=**8**

Pri písomnom odčítaní píšeme menšenca nad menšiteľa a výsledný rozdiel pod čiaru. Postupujeme po stĺpcoch zprava doľava. Najprv odčítame jednotky potom desiatky, stovky a tak ďalej. Dávame pozor, keď je číslica v dolnom riadku väčšia než v hornom (dochádza k prechodu cez desiatku), potom k dolní číslici nasledujúceho stĺpca pripočítame hodnotu 1 a pokračujeme v odčítaní.

7	*5*	*9*
3	*9*	*4*
		5

4 a koľko je 9? **9-4 =5** – napíšem **5**

7	*5*	*9*
3	*9*	*4*
	6	*5*

9 a koľko je 5? (**15-9=6**), **6** napíšem, **1** mi zostala

7	*5*	*9*
3	*9*	*4*
3	*6*	*5*

1, čo mi zostala a **3 je 4**; 4 a koľko je 7? **7 – 4 = 3**

NÁSOBENIE A DELENIE PRIRODZENÝCH ČÍSEL

Násobenie:

- čísla, ktoré násobíme sa nazývajú **činitele**,
- výsledkom násobenia je **súčin.**

činiteľ	**.**	**činiteľ**	**=**	**súčin**
7	**.**	**8**	**=**	**56**

Tab. 3 Pravidlá pre násobenie prirodzených čísel:

Pravidlo *(c, d, e = ľubovoľné prirodzené číslo)*	**Napríklad**
c . d = d . e	5 . 4 = 4 . 5
c . (d . e) = (c . d) . e	3 . (10 . 88) = (3 . 10) . 88
c . 1 = 1 . c	356 . 1 = 1 . 356
c . (d + e) = c . d + c . e	37 . (9 + 8) = 37 . 9 + 37 . 8
c. 0 = 0	3 . 0 =0
c . 10, c. 100	3 . 10 = 30; 3 . 100 = 300

Písomné násobenia – činitele píšeme pod seba a výsledok pod čiaru. Postupujeme po stĺpcoch zprava doľava. Najprv násobíme jednotkou, potom desiatkou, stovkou a tak ďalej. Zapisujeme pod daného činiteľa. Následné sčítame. Dávame pozor, keď je súčet v jednom stĺpci rovný 10 a viac (dochádza k prechodu cez desiatku), potom do nasledujúceho stĺpca pripočítame počet desiatok, ktorý vyšiel v pôvodnom stĺpci.

		5	4
		3	9
	4	8	6
1	6	2	
2	1	0	6

		5	4
		3	9
	4	8	6

Najprv násobím jednotkami (v tomto prípade 9) tak ako pri násobení jednociferným číslom.

		5	4
		3	9
	4	8	6
1	6	2	

Pri násobení desiatkami (v tomto prípade 3) začnem písať pod desiatky.

		5	4
		3	9
	4	8	6
1	6	2	
2	1	0	6

Obe čísla sčítam

<u>Delenie:</u>

- číslo, ktoré delíme, sa nazýva **delenec**,

- číslo, ktorým delíme, sa nazýva **deliteľ,**

- výsledkom delenia je **podiel**.

delenec	**.**	**deliteľ**	**=**	**podiel**
72	**.**	**8**	**=**	**9**

O uvedenej rovnici môžeme povedať:

- číslo 72 je deliteľné číslom 8
- číslo 8 je deliteľom čísla 72
- číslo 72 je násobkom čísla 8

Delenie prirodzených čísel môže byť:

- neúplné - po vydelení nám zostane „zvyšok“ rôzny od nuly
- úplné - ak zvyšok je rovný nule

O ľubovoľnom (každom) prirodzenom čísle môžeme povedať že:

1. má nekonečne veľa násobkov
2. má prvý násobok
3. je deliteľné číslom 1 a sebou samým
4. má určitý počet deliteľov (najmenej dva – číslo 1 a samého seba – toto však neplatí pre číslo 1)
5. ak ho násobíme nulou, výsledok je vždy nula

Ak je číslo deliteľné **len** číslom 1 a sebou samým, hovoríme o **prvočísle.** Prvočísel je nekonečne veľa.

Prvočísla od 1 do 100:

2, 3, 5, 7, 11, 13,
17, 19 ,23, 29, 31,
37, 41, 43, 47, 53,
59, 61, 67, 71, 73,
79, 83, 89, 97, ...

Ak prirodzené číslo má viac ako dvoch deliteľov, ide o **zložené číslo.** Napríklad, číslo 6 je zložené číslo, pretože má štyri delitele: 1, 2, 3 a 6.

Číslo 1 nie je ani prvočíslo, ani zložené číslo – má len jedného deliteľa a to číslo 1!

Písomné delenie – delenie začíname zľava. Zameriame sa na prvé číslo (resp. prvé dva čísla). Hľadáme číslo, ktorého násobok je najbližšie k prvému číslu. Následne vypočítame zvyšok, zapíšeme a pokračujeme v počítaní.

<u>Delenie jednociferným číslom:</u>

5⌟ 7 9 : 4 = 1

S delením začínam zľava. Zameriam sa na prvú číslicu, 5, pretože je väčšia než číslo, ktorým delím. Päť delené štyri je jedna. Jedenkrát štyri sú štyri a koľko je do piatich? Jedna. Jednotku zapíšem pod päťku a pripíšeš sedmičku.

5 7˩ 9 : 4 = 1

1 7

Sedemnásť delené štyri sú štyri. Štyrikrát štyri je šestnásť a koľko je do sedemnástich? Jedna. Jednotku zapíšem pod sedmičku a pripíšem deviatku.

5 7 9˩ : 4 = 14

1 7
  1 9

Devätnásť delené štyri sú štyri. Štyrikrát štyri je šestnásť a koľko je do devätnástich? Tri. Trojku napíšem pod deviatku a žiadne ďalšie číslo nepripisujem.

5 7 9˩ : 4 = 144

1 7

  1 9

    3

Výsledok príkladu 579:4 je 144 a zvyšok je **3**. (Zvyšok po delení je vždy menšie číslo ako delenec; teda platí: 3 < 4)

Skúška:

144

. 4

576 + **3** = 579

Delenie dvojciferným číslom:

9 7˩ 6 8 : 37 = 2

V 97 sa číslo 37 nachádza 2- krát. **2** napíšem. Vypočítam zvyšok: 37 . **2** = **74**, odčítam od 97, zvyšok je **23**.

9 7 6˩ 8 : 37 = 2

7 4

2 3 6

Pripíšem 6. Číslo 37 sa v 236 nachádza **6** – krát. **6** napíšem. Vypočítam zvyšok: 37 . **6** = **222**, zvyšok je **14**.

9 7 6˩ 8 : 37 = 2 6

<u>7 4</u>

2 3 6

<u>2 2 2</u>

1 4

Pripíšem 8. Číslo 37 sa v 148 nachádza **4**-krát. **4** napíšem. Vypočítam zvyšok: 37 . **4** = **148**, zvyšok je 0.

9 7 6 8˩ : 37 = 2 6 8

<u>7 4</u>

2 3 6

<u>2 2 2</u>

1 4 8

<u>1 4 8</u>

0

<u>Poradie počtových výkonov:</u>

1, zátvorky majú prednosť pred sčítaním a odčítaním

2, násobenie a delenie má prednosť pred sčítaním a odčítaním

3, ak sčitujeme, odčitujeme, násobíme, delíme bez zátvoriek postupujeme zľava do prava.

TROCHU INÉ ČÍSLA

Rímske čísla

- predstavujú zápis čísel pomocou písmen abecedy.

Základné čísla a symboly:

- I = 1
- V = 5
- X = 10
- L = 50
- C = 100
- D = 500
- M = 1000

Pravidlá pri vytváraní rímskych číslic

I. Rímske čísla zapisujeme pomocou symbolov I, V, X...

II. Píšeme ich od znakov najvyššej hodnoty po znaky najnižšej hodnoty (LXV = 65)

III. Väčšinou kombinujeme maximálne tri rovnaké číslice.

IV. Ak sa pred väčšou rímskou číslicou nachádza menšia rímska číslica, znamená to, že túto menšiu číslicu musíme od tej väčšej odpočítať. Takýmto spôsobom sa môže odčítať iba jedna rímska číslica. Napr.: IX = 10 – 1 = 9. Na základe tohto pravidla boli odvodené doplnkové rímske číslice, a to:
IV = 4, IX = 9, XL = 40, XC = 90, CD = 400, CM = 900

V. nula medzi rímskymi číslicami v podobe nejakého písmena abecedy neexistuje. Rimania ju síce poznali ale mali pre ňu svoj vlastný zápis, a to ako výraz **nullae**, čo znamená nič.

Chronogram

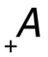
- je nápis (Zväčša latinský) s grafickým zvýraznenými písmenami, ktoré predstavujú rímske číslice. Pomocou nich je zakódovaný letopočet (rok). Získame ho sčítaním všetkých rímskych číslic. Pri tvorbe chronogramu treba pamätať každé písmeno predstavujúce rímsku číslicu (M, D, C, L, X, V, I). číslicu päť môže v chronograme zastupovať písmeno V, U niekedy Y.

ZÁKLADNÉ GEOMETRICKÉ ÚTVARY

Bod, priamka, polpriamka, úsečka

- **bod**, bezrozmerný základný geometrický útvar. Graficky sa bod znázorňuje krížikom, označuje sa veľkým tlačeným písmenom.

  Znázornenie:

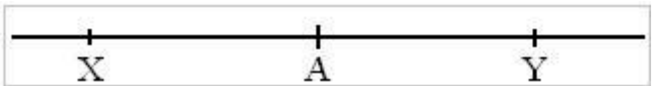


- **priamka**, ktorú môžeme opísať ako nekonečne tenkú, nekonečne dlhú, dokonale rovnú čiaru. Znázorňujeme ju rovnou čiarou a označujeme malým písmenom, napríklad

  a, b, c... alebo pomocou dvoch bodov, ktoré na nej ležia. Vtedy ju zapíšeme $\overleftrightarrow{AB}$.

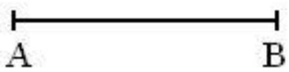
- **polpriamka** – čiara, pri ktorej poznáme jeden koncový bod. Označujeme ju pomocou dvoch bodov, pričom jeden z nich je na jej konci alebo začiatku a druhý na nej leží. Nad týmito dvomi bodmi je vyznačená značka $\mapsto$, pričom začiatok šípky je pri koncovom (začiatočnom) bode.

Poznáme aj opačné polpriamky, ktoré dostaneme, ak priamku rozdelíme jedným bodom na dve časti.



Polpriamka AX je opačná k polpriamke AY. Polpriamky AX a AY sú opačné polpriamky.

- **Úsečka** – čiara, ktorej dĺžka je presne daná a označujeme ju dvomi bodmi, ktoré sú na jej krajoch.



zapisujeme ju $|AB|$ = 5 cm
Dĺžku úsečky udávame v jednotkách dĺžky.

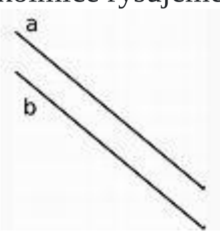
Jednotky dĺžky sú meter – značka m, decimeter – dm, centimeter – cm a milimeter – mm.
1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm
1 dm = 10 cm = 100 mm
1 cm = 10 cm

Symboly používané v geometrii:

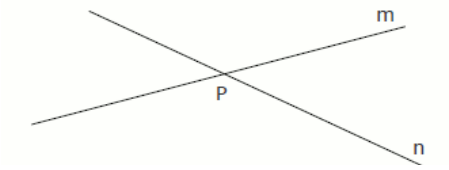
A - bod A
AB - úsečka AB
|AB| - dĺžka, veľkosť úsečky AB
|AB|=|KL| - dĺžka úsečky AB sa rovná dĺžke úsečky KL
↔AB - priamka AB
p - priamka p
→AB alebo **↦AB** - polpriamka AB
A ∈ p - bod A leží na priamke p
B ∉ p - bod B neleží na priamke p
A ∈ p ∩ q alebo **{A } = p ∩ q** - bod A je priesečníkom priamok p a q
P ∈ ↔AB ∩ ↔CD - bod P je priesečníkom priamok AB a CD
C ∈ ↦AB ∩ p - bod C je priesečníkom polpriamky AB a priamky p
AB ∩ CD = ∅ - úsečka AB a úsečka CD nemajú spoločný bod, nepretínajú sa
p ∥ q - priamka p je rovnobežná s priamkou q
p ∦ q - priamky p a q sú rôznobežné
p ⊥ q - priamka p je kolmá na priamku q
p = q - priamka p je totožná (splýva) s priamkou q
k(S; r) - kružnica k so stredom v bode S a polomerom r
k(S; |AB|) - kružnica k so stredom v bode S a polomerom AB
k1 ∩ k2 = ∅ - kružnice k1 a k2 nemajú spoločný bod
A ∈ k ∩ p alebo **k ∩ p = {A }** - kružnica k a priamka p majú jeden spoločný bod A

KOLMICE A ROVNOBEŽKY

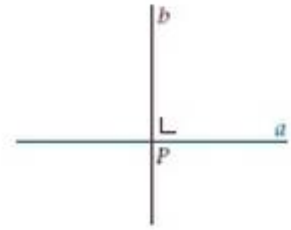
- dve priamky, ktoré sa nikdy nepretnú nazývame **rovnobežky**,
- dve priamky, ktoré sa pretnú v jednom bode nazývame **rôznobežky,**
- priesečníkom dvoch rôznobežiek je práve jeden bod,
- dve priamky ktoré sú na seba kolmé, nazývame **kolmice,**
- kolmice rysujeme s použitím pravítka s ryskou,



Priamka a je rovnobežná s priamou b: **a ∥ b**



Priamka m je rôznobežná s priamkou n: **m ∦ n**

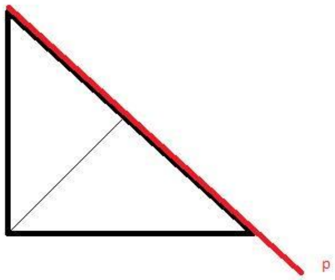


Priamka a je kolmá na priamou b: **p ⊥ r**

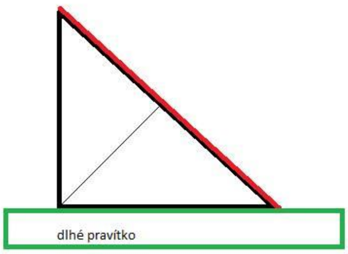
<u>Konštrukcia rovnobežiek:</u>

Postup pri ich konštrukcii je nasledovný:

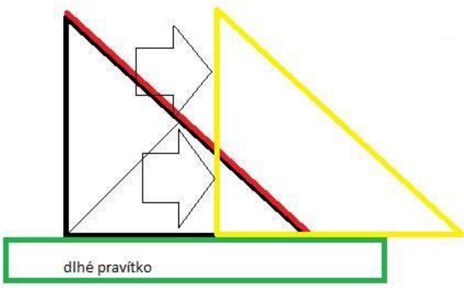
1. vezmeme si trojuholníkové pravítko, priložíme ho na papier a na tej strane, ktorá je najdlhšia narysujeme priamku **p. S pravítkom nesmieme pohnúť!**



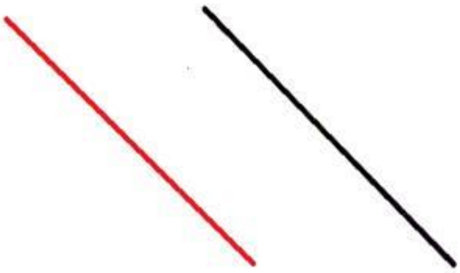
2. vezmeme si obyčajné dlhé pravítko a priložíme ku jednej z kratších strán trojuholníka, a to tak, aby sa akurát dotýkali, ale nie moc pevno



3. obidve pravítka si pevne uchopíme. Dlhé pravítko je bez pohybu pevne pripojené a s trojuholníkovým pravítkom budeme hýbať smerom dolu alebo hore, doľava alebo doprava, podľa toho, kde máme rovnobežku narysovať(v našom prípade budeme rysovať smerom doprava)



4. Narysujeme rovnobežk

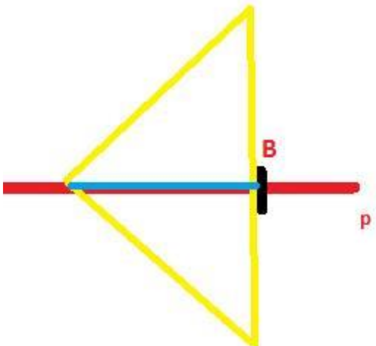


Konštrukcia kolmíc

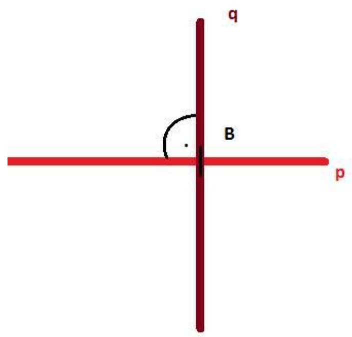
Kolmice sú dve čiary (priamky, polpriamky, úsečky) ktoré zvierajú spoločne uhol 90°.
Postup je jednoduchší ako konštrukcia rovnobežiek a na ich konštrukciu nám stačí iba trojuholníkové pravítko s ryskou:

1. Vezmeme si pravítko a ľubovoľne zostrojíme priamku **p**, na ktorej si ľubovoľne zvolíme bod **B.** Priamku narysujeme dostatočne dlhú

2. Vezmeme si trojuholníkové pravítko a priložíme ho na priamku tak, aby ryska uprostred pravítka prekrývala priamku. Treba ho priložiť tak, aby koniec rysky na pravítku bol v bode B

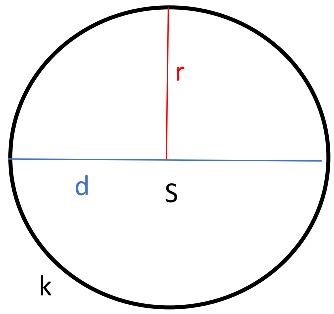


3. Zostrojíme kolmice



KRUH, KRUŽNICA

kružnica k



kružnica je daná stredom S a polomerom r

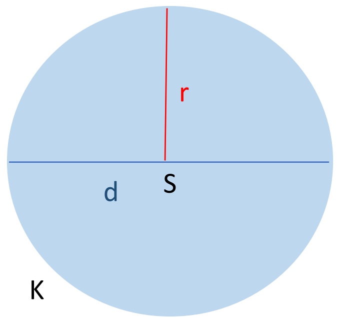
S ... stred (bod)
r ... polomer (úsečka, ktorá spája stred kružnice S s ľubovoľným bodom kružnice k)
d ... priemer (úsečka, ktorá spája dva ľubovoľné body kružnica a prechádza stredom kružnice)

$d = 2 \,.\, r$ ... priemer je dvojnásobok polomeru
$r = d : 2$ ... polomer je polovica priemeru

k (S, 5 cm) ... kružnica k so stredom S a polomerom 5 cm

(kružnica je krivá čiara)

kruh K



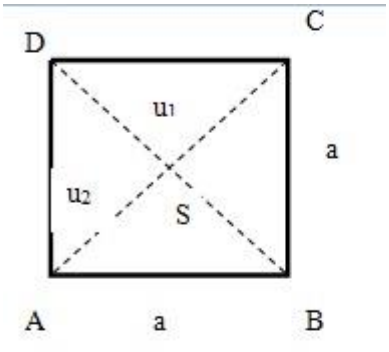
K (S, 3 cm) ... kruh K so stredom S a polomerom 3 cm

Kruh je plocha ohraničená kružnicou.

ŠTVOREC, OBDĹŽNIK, TROJUHOLNÍK

Štvorec:

- je rovinný geometrický útvar, má štyri strany a štyri vrcholy.
- vrcholy štvorca označujeme zaradom, proti smeru hodinových ručičiek, veľkými tlačenými písmenami.
- strany štvorca označujeme malými písanými písmenami.
- uhlopriečky v štvorci majú rovnakú dĺžku a sú navzájom na seba kolmé.



Vlastnosti štvorca:

- všetky strany sú zhodné – rovnako dlhé
- každé dve susedné strany sú na seba kolmé
- každé dve protiľahlé strany sú rovnobežné
- súčet vnútorných uhlov je 360°
- uhlopriečky sú zhodné, seba kolmé a navzájom sa rozpoľujú v bode S

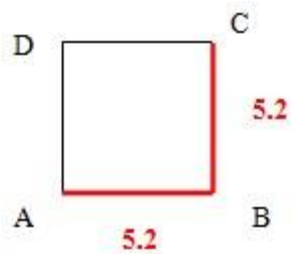
Vzťahy pre výpočet :

Obvod štvorca: O = 4 . a

Obsah štvorca: S = a . a

Príklad:

Vypočítaj obvod a obsah štvorca so stranou dlhou 5,2 cm.



a = 5,2 cm
O = ?
S = ?

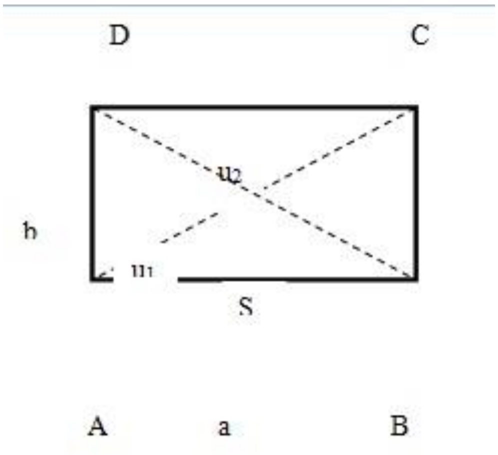
O = 4 . a - napíšeme vzorec
O = 4 . 5,2 cm - doplníme danú hodnotu
O = 20,8 cm - vypočítame výsledok

S = a . a - napíšeme vzorec
S = 5,2 . 5,2 - doplníme danú hodnotu
S = 27,04 cm^2 - vypočítame výsledok

Obvod daného štvorca je 20,8 cm a jeho obsah je 27,04 cm^2.

Obdĺžnik:

- je rovinný geometrický útvar, má štyri strany a štyri vrcholy
- vrcholy obdĺžnika označujeme zaradom, proti smeru hodinových ručičiek, veľkými tlačenými písmenami
- strany obdĺžnika označujeme malými písanými písmenami
- uhlopriečky v obdĺžniku majú rovnakú dĺžku a nie sú navzájom na seba kolmé.



Vlastnosti obdĺžnika

- každé dve protiľahlé strany sú rovnobežné a zhodné
- každé dve susedné strany sú na seba kolmé
- uhlopriečky sú zhodné
- uhlopriečky sa rozpoľujú v bode S
- bod S je stredom stredovej súmernosti obdĺžnika

Vzťahy pre výpočet :

Obvod obdĺžnika: O = 2.(a + b)

Obsah obdĺžnika: S = a . b

Príklad:

Vypočítaj obvod a obsah obdĺžnika s stranami dlhými: a = 4,3 cm , b = 12 mm.

a = 4 cm = 43 mm

b = 12 mm

O = ?

S = ?

Pozn. v zápise je nutné premeniť jednotky na rovnakú jednotku. Ak nie je v zadaní určená jednotka výsledku, potom výber premeny je na nás.

O = 2.(a + b) - napíšeme vzorec
O = 2. (43 + 12) - dosadíme do vzorca
O = 2. 55
O= 110 mm - vypočítame výsledok

S = a . b - napíšeme vzorec
S = 43 . 12 - dosadíme do vzorca
S = 516 mm^2 - vypočítame výsledok

Obvod daného obdĺžnika je 110 mm a jeho obsah je 516 mm^2.

KONŠTRUKCIA ŠTVORCA A OBDĹŽNIKA

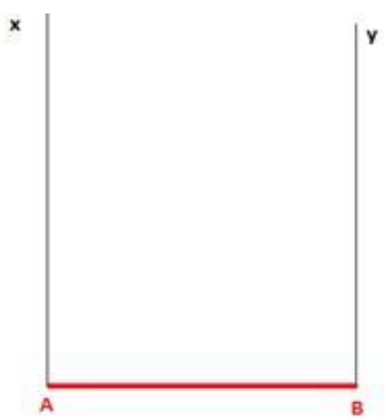
Štvorec je rovinný útvar, ktorý má všetky strany rovnako dlhé a tieto sú na seba navzájom kolmé, čiže všetky strany štvorca zvierajú uhol 90°.

Obdĺžnik je rovinný útvar, ktorý má 2 a 2 strany rovnako dlhé a tieto sú na seba kolmé.

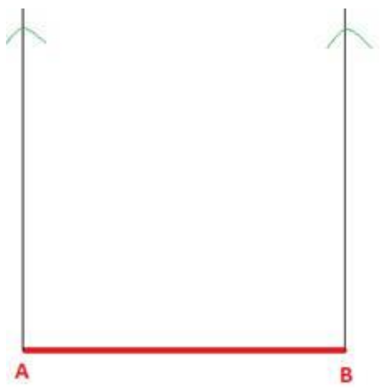
Konštrukcia štvorca a obdĺžnika je založená na tom istom princípe s tým rozdielom, že pri obdĺžniku budeme do kružidla nanášať 2 rôzne dĺžky strán. Na túto konštrukciu budeme potrebovať trojuholníkové pravítko s ryskou, kružidlo a ostrú ceruzku. Postup je nasledovný:

1. Nakreslíme si úsečku AB

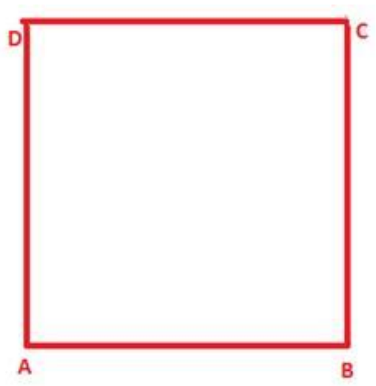
2. Vezmeme trojuholníkové pravítko s ryskou a z bodu A aj z bodu B urobíme kolmicu



3. Vezmeme si kružidlo a nanesieme si do neho dĺžku strany AB a prenesieme na polpriamku Ax aj polpriamku By – tým nám vznikli body C a D



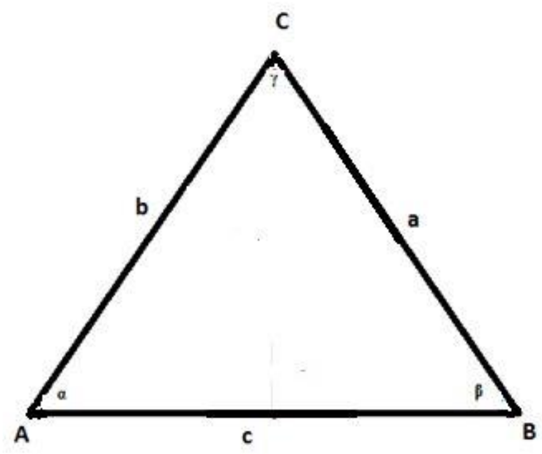
4. Spojíme body C a D



5. V prípade obdĺžnika by sme postupovali tak isto, iba by sme do kružidla nezadávali stranu AB, ale dĺžku, ktorá je zadaná a je menšia ako dĺžka úsečky AB:

Trojuholník

- je rovinný útvar, ktorý pozostáva z troch rôznobežných strán
- má tri vrcholy, ktoré označujeme zaradom, proti smeru hodinových ručičiek, veľkými tlačenými písmenami
- má tri strany, ktoré označujeme malými písanými písmenami



Vlastnosti všeobecného trojuholníka:

- má tri strany (a, b, c), ktoré sa spájajú v troch spoločných bodoch = vrcholy trojuholníka (A, B, C)
- súčet dĺžok dvoch ľubovoľných strán musí byť väčší ako dĺžka tretej strany
- rozdiel dĺžok dvoch ľubovoľných strán musí byť menší ako tretia strana
- Tri strany, pre ktoré platí: $|a - b| < c < |a + b|$

Vzťah pre výpočet:

Obvod trojuholníka: O = a + b + c

Def: Obvod trojuholníka sa rovná súčtu dĺžok jeho strán.

Príklad:

Vypočítajte obvod trojuholníka, ak je dané:

a = 5 cm

b = 3 cm

c = 60 m = 6cm vidíme, že všetky strany majú rôznu veľkosť, teda.

O = ?

Pozn. v zápise je nutné premeniť jednotky na rovnakú jednotku. Ak nie je v zadaní určená jednotka výsledku, potom výber premeny je na nás.

použijeme vzorec pre výpočet obvodu **všeobecného trojuholníka**

O = a + b + c - napíšeme vzorec

O = 5 + 3 + 6 - dosadíme do vzorca

O = 14 cm - vypočítame

Obvod trojuholníka je 14 cm.

KONŠTRUKCIA TROJUHOLNÍKA

Trojuholník je rovinný útvar, ktorý má tri rôznobežné strany, ktoré sa spájajú v troch bodoch a zvierajú tri uhly.

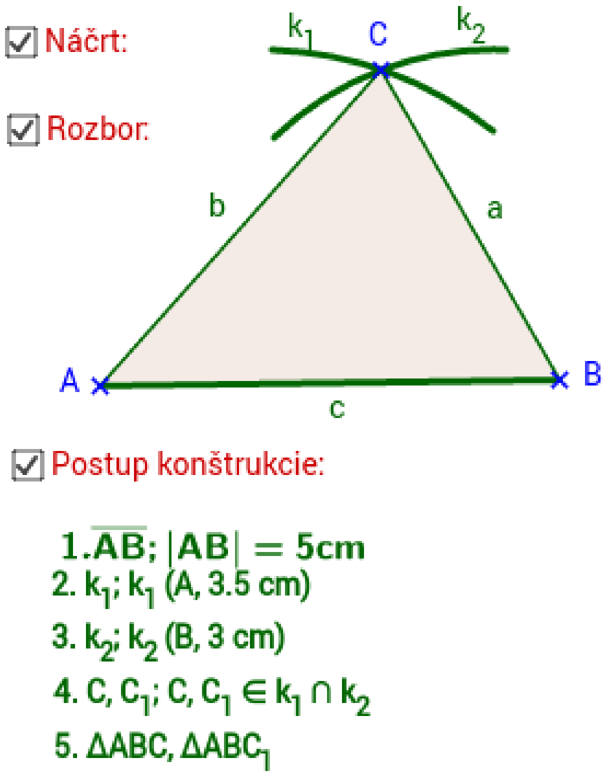
Jeho konštrukcia závisí od parametrov, ktoré máme zadané. Môže to byť dĺžka všetkých troch strán alebo dĺžka dvoch strán a jeden uhol, alebo dĺžka jednej strany a dva uhly. Pri konštrukcii budeme potrebovať ceruzku, pravítko, uhlomer a kružidlo.

Postup je nasledovný:

a) Nakreslíme si dĺžku jednej strany (úsečka AB = strana c)

b) Do kružidla si nanesieme veľkosť druhej strany = strana b, zapichneme kružidlo do bodu A a urobíme polkružnicu smerom hore od bodu A

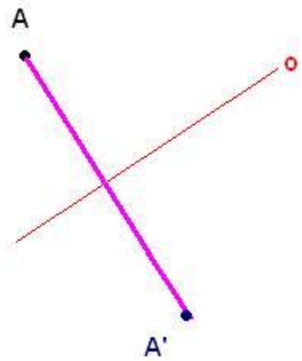
c) Nanesieme si veľkosť tretej strany = strana a, zapichneme do bodu B a urobíme polkružnicu tak, aby sa nám pretla s predchádzajúcou polkružnicou. Takto nám vznikne bod C a tento spojíme s ostatnými dvoma bodmi



SÚMERNOSTI V ROVINE

OSOVÁ SÚMERNOSŤ je zobrazenie v rovine, ktoré k bodom ležiacim na priamke **o**, priradí tie isté body a bodu **A**, ktorý na tejto priamke neleží priradí bod **A’**. Platí pri tom:

1. |oA| = |oA’|
2. AA’ je kolmá na o



o je os súmernosti
A je vzor
A’ je obraz bodu A

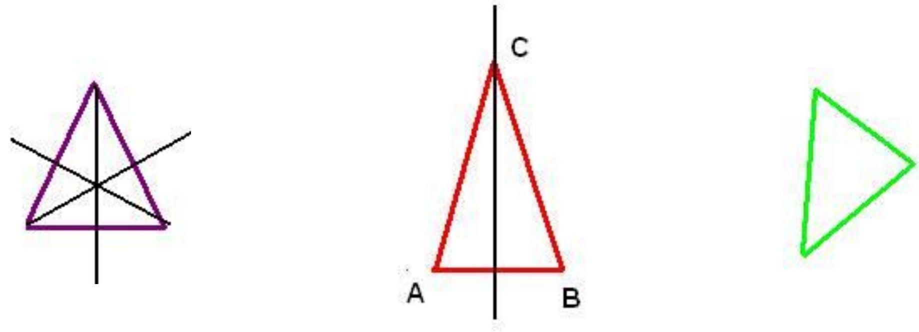
Zobrazenie osovou súmernosťou je napríklad náš obraz v zrkadle: je presne taký istý ako sme my, ale je prevrátený, pričom každý jeden bod na našom tele (aj v zrkadle) je kolmý na zrkadlo. Zrkadlo je v tomto prípade osou súmernosti. Vezmime si muchu: ak je jej telo osou súmernosti, tak body na jej ľavom krídle budú vzory a body na jej pravom krídle obrazy.

Osovo súmerné objekty: Objekt O je osovo súmerný podľa osi o, ak jeho obraz O’ v osovej súmernosti, ktorá je daná osou o, splýva s objektom O.

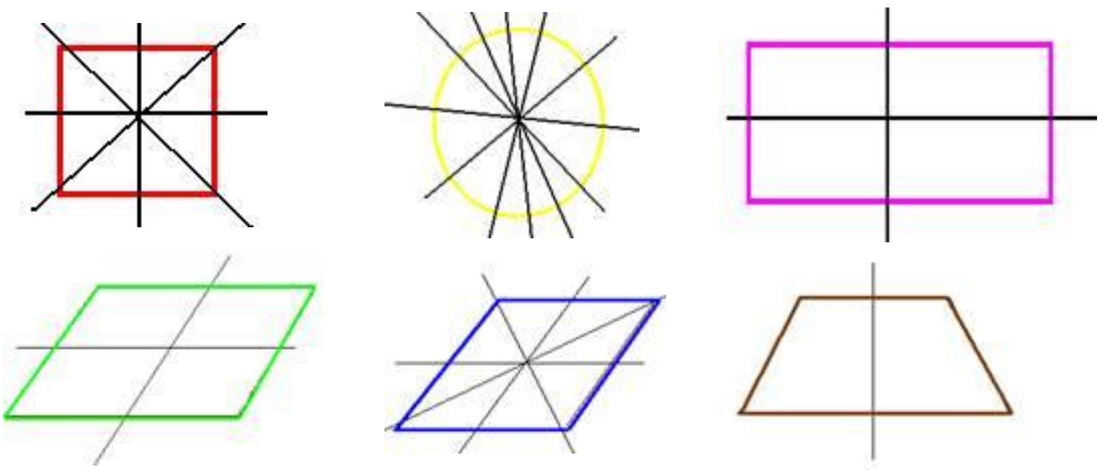
Osovo súmerné objekty:

- štvorec, kruh, obdĺžnik, rovnostranný a rovnoramenný trojuholník, kosoštvorec, kosodĺžnik... + všetky pravidelné mnohouholníky
- môžu mať jeden alebo viac osí súmerností (čiže priamok, cez ktoré ak preložíme polovicu obrazca splynie s ostatnou časťou obrazca). Napríklad taký trojuholník: ak je rovnostranný, má tri osi súmernosti; ak je rovnoramenný, má jednu os súmernosti; a ak nie je ani jedno z toho, nemá žiadnu os súmernosti - je **osovo nesúmerný:**

Na rovnoramennom trojuholníku je veľmi dobre pochopiteľná definícia osovo súmerných objektov - ak jednu stranu toho trojuholníka preložíme cez os, splynie nám s tou druhou stranou. Čiže bod A splynie s bodom B a bod C nakoľko leží na osi splynie sám so sebou.

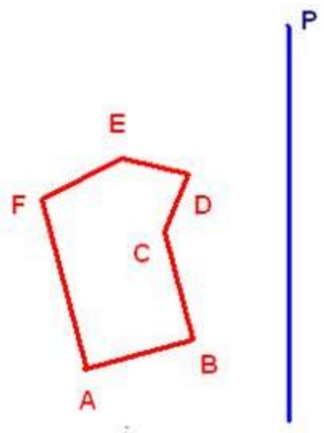


Príklady iných osovo súmerných objektov + počet ich osí:

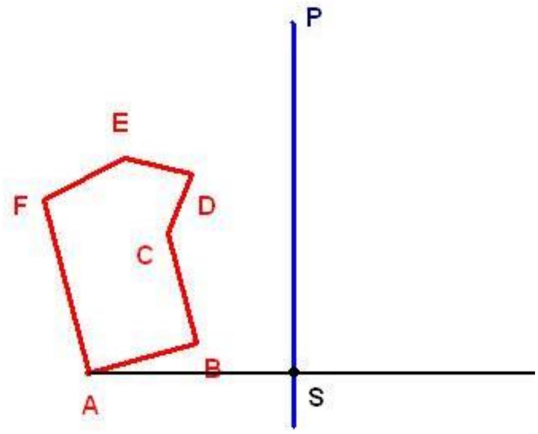


<u>Príklad</u>: V rovine je daná priamka P a obrazec ABCDEF. Zostrojte obrazec A'B'C'D'E'F', ktorý je s obrazcom ABCDEF súmerne združený podľa osi P

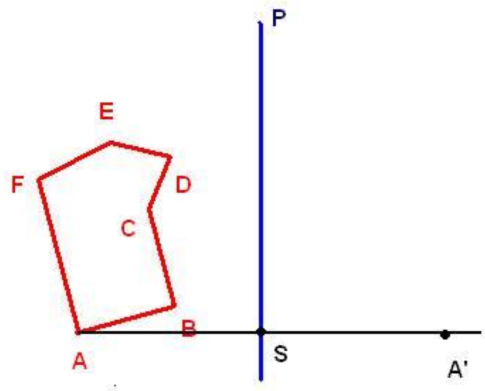
1. Vezmite si ostrú ceruzku, pravítko a pevné kružidlo. Obrazec aj os si môžete zvoliť ľubovoľne ako a kam len chcete. Ja som si zvolila takýto:



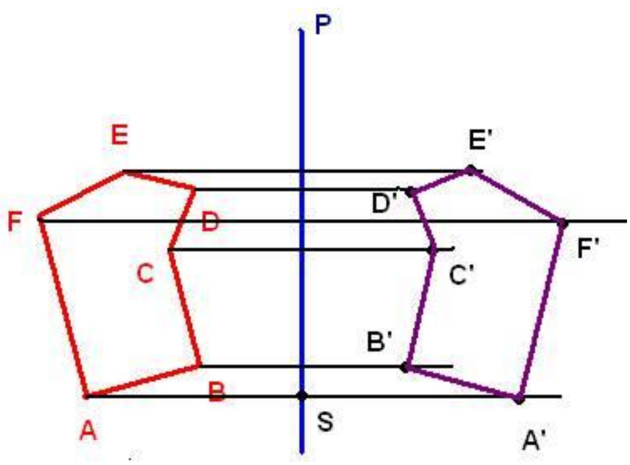
2. Z bodu A zostrojíte kolmicu na os P. Dostaneme bod S



3. Vezmete si kružidlo, zapichnete do bodu, v ktorom sa pretla polpriamka AS s osou P, do kružidla zoberiete vzdialenosť SA a prenesiete na opačnú stranu. Dostanete bod A’

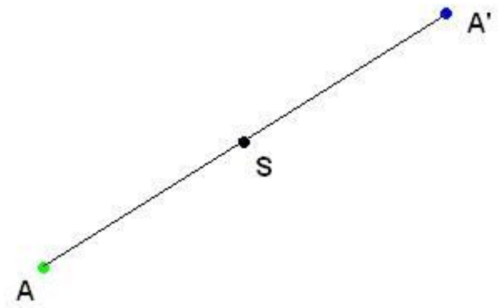


4. Týmto istým spôsobom zobrazíte aj ostatné body, ktoré spojíte a dostanete výsledný obrazec, čiže obraz vzoru ABCDEF



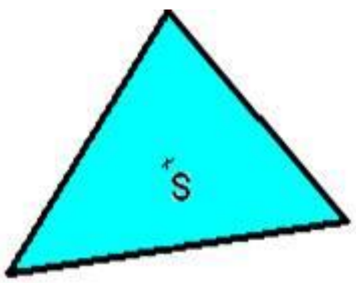
<u>STREDOVÁ SÚMERNOSŤ</u> je také zobrazenie v rovine, ktoré bodu **S** priradí ten istý bod a bodu **A**, ktorý neleží na bode **S,** bod **A'**, pričom platí:

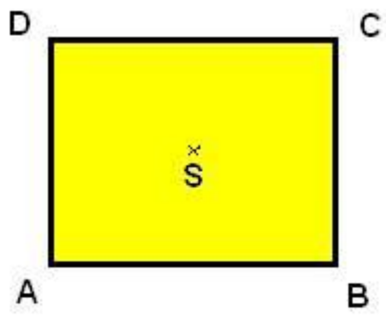
|AS| = |A'S|



Bod **S** sa nazýva **stred súmernosti** a bod **A'** je **obraz bodu A**, ktorý nazývame **vzor.** Stredová súmernosť zachováva aj uhly aj vzdialenosti, a preto patrí medzi zhodné zobrazenia.

Stredovo súmerné objekty: úsečka, štvorec, obdĺžnik, kruh, kosoštvorec, kosodĺžnik, pravidelný šesťuholník
Stredovo nesúmerné objekty: polpriamka, trojuholník a všeobecne všetky mnohouholníky s nepárnym počtom vrcholov (5-uholník, 7-uholník...), lichobežník





Pre štvorec platí nasledovné: |AS| = |CS|; |DS| = |BS|. Čiže zobrazením bodu **D** cez **S** je bod **B** a zobrazením bodu **A** cez **S** je bod **C**. Ak by sme si na úsečke CD zvolili ľubovolný bod, tak jeho obrazom cez S bude bod na úsečke AB → **štvorec je stredovo súmerný** (o každom objekte, v ktorom platí to isté ako vo štvorci hovoríme, že je stredovo súmerný)

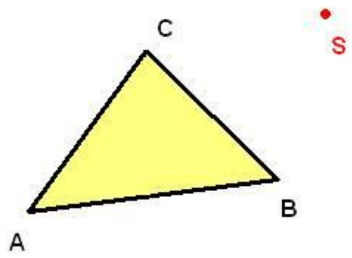
Pre trojuholník toto nemôžeme povedať. Ak vezmeme vrcholy trojuholníka a budeme ich zobrazovať cez stred trojuholníka nikdy tento obraz nepadne do nejakého iného pôvodného vrcholu. Nevedeli by sme ho zobraziť tak ako štvorec, a preto **nie je stredovo súmerný.**

<u>Príklad:</u> **Postupne zostrojte obraz úsečky, trojuholníka, štvoruholníka cez vyznačený stred súmernosti**

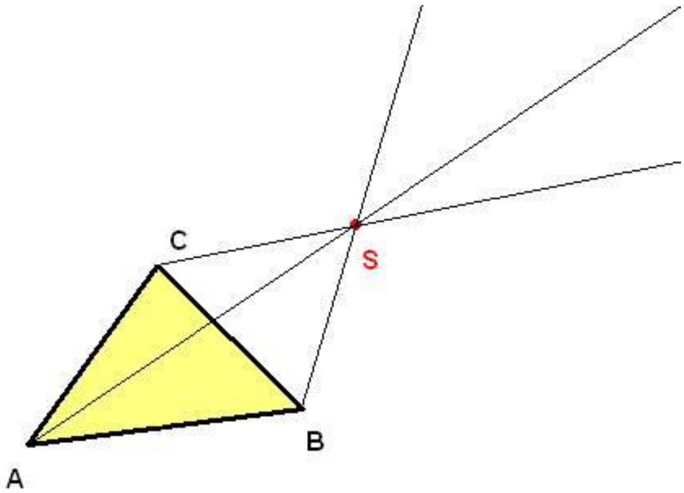
Na to, aby ste mohli presne a pekne zobrazovať objekty cez stred súmernosti potrebujete ostrú ceruzku, pravítko a pevné kružidlo.

1. trojuholník ABC

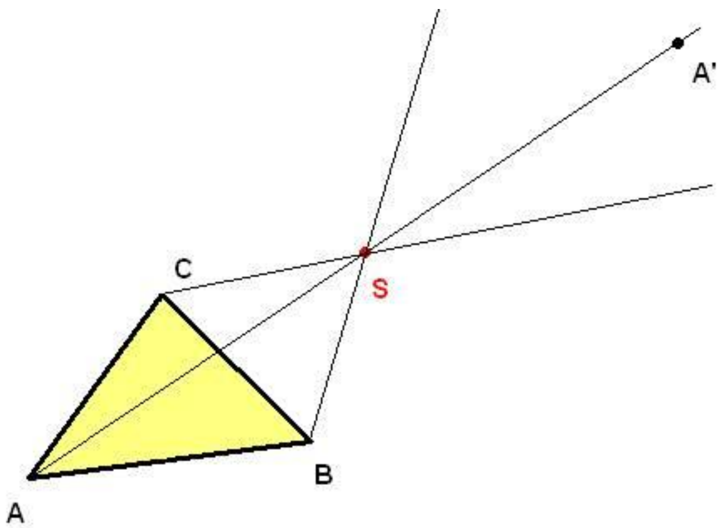
1. nakreslíme si ľubovoľný trojuholník ABC a stred súmernosti S (ten býva v príkladoch určený, ale teraz si ho môžete ľubovoľne nakresliť kam len chcete)



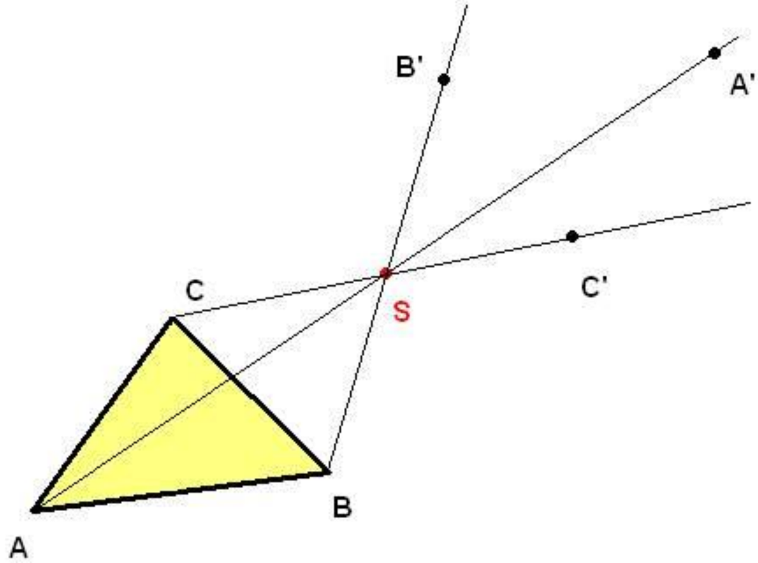
2. vezmeme pravítko a spravíme postupne polpriamky AS, BS, CS (potiahnite ich kúsok ďalej)



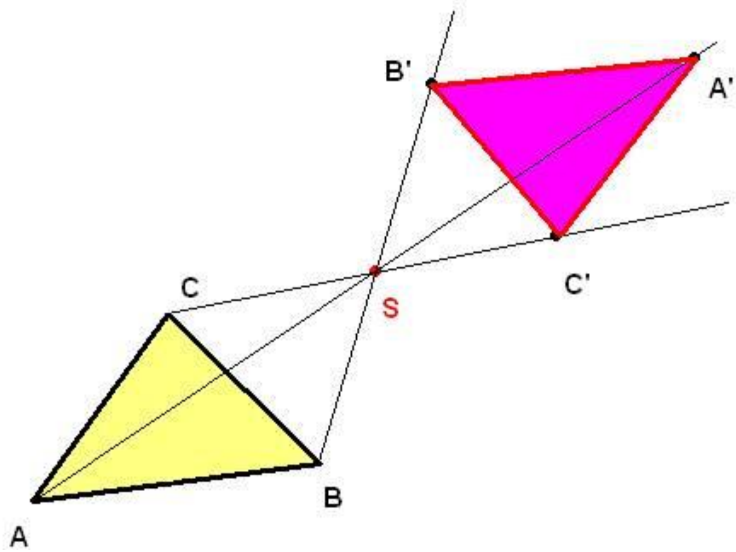
3. vezmeme si kružidlo, zapichneme ho do bodu S, natiahneme ho až do bodu A a túto vzdialenosť prenesieme na opačnú stranu polpriamky AS → vznikne bod A’



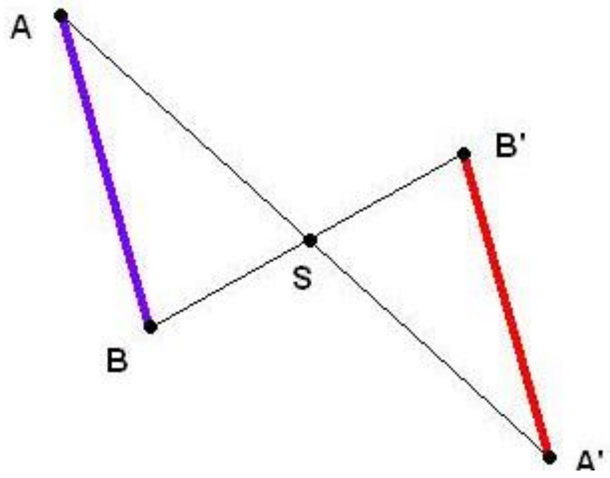
4. takýmto spôsobom zakreslíme aj body B, C → vzniknú body B’ a C’



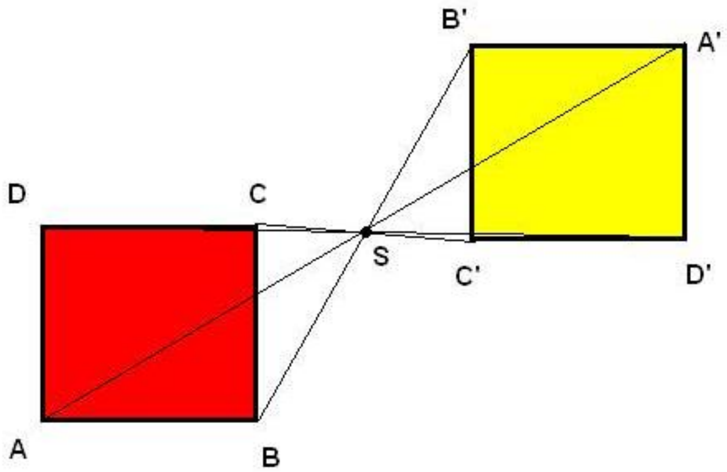
5. spojíme body A’, B’, C’→ dostaneme trojuholník A’B’C‘, čo je vlastne obraz trojuholníka ABC



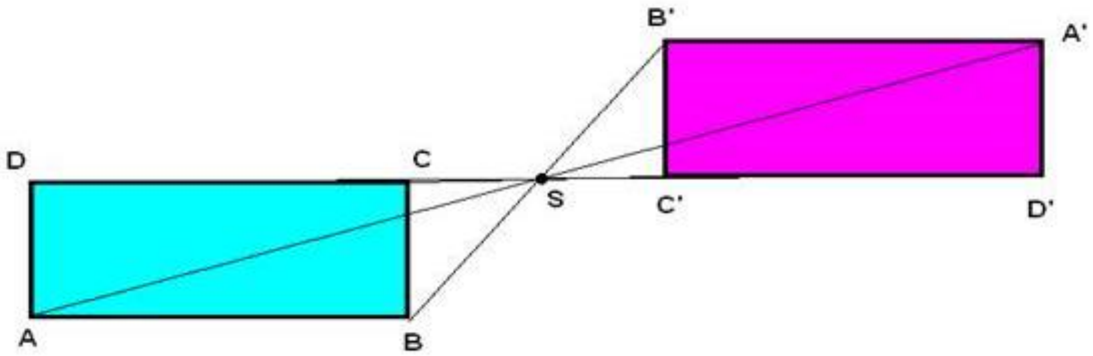
2. úsečka



3. štvorec



4. obdĺžnik



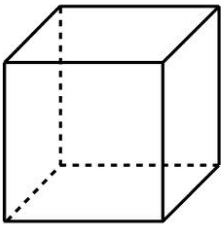
TELESÁ A STAVBY Z KOCIEK

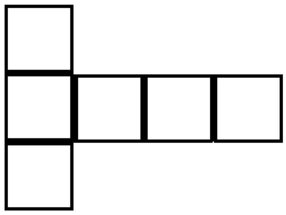
Teleso

- je priestorový geometrický útvar, daný troma rozmermi: výškou, šírkou, hrúbkou
- patrí sem: kocka, kváder, ihlan, valec, kužeľ, guľa

***Kocka* je trojrozmerné teleso, ktoré sa skladá zo šiestich rovnakých štvorcov.**

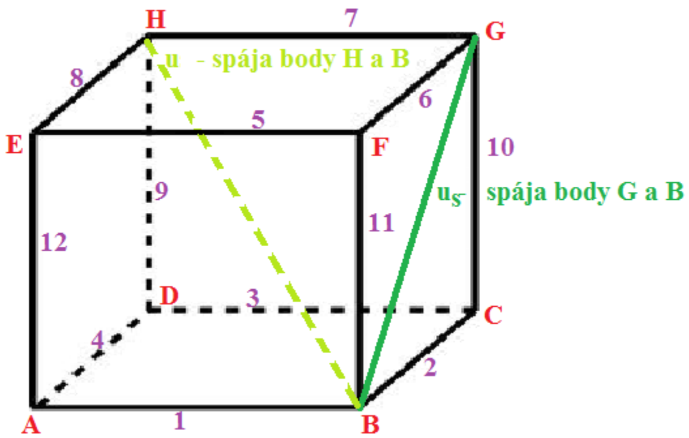
Obrázok kocky a to, ako vyzerá plášť kocky, keď ich rozvinieme do roviny je vyobrazený na nasledujúcom obrázku:





Vlastnosti kocky:

Vychádzajúc z nasledovného obrázku s daným popisom môžeme definovať nasledovné vlastnosti kocky:

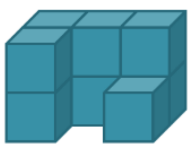


- má šesť rovnakých stien (s) – skladá sa zo šiestich rovnakých štvorcov
- má osem vrcholov (v) = A, B, C, D, E, F, G, H
- má dvanásť hrán (h) rovnakej dĺžky = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
- každé dve steny sú rovnobežné alebo kolmé (ABCD je rovnobežná so stenou EFGH a kolmá na stenu BCFG ....)
- platí: s + v = h + 2

Stavby z kociek:

Príklad: Najmenej koľko kociek treba na postavenie týchto útvarov?

a)



b)

Riešenie 3:

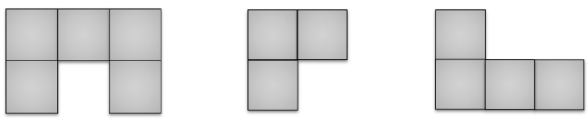
a) 9 kociek

b) 12 kociek

STAVBA – stavba sa skladá zo stĺpcov kociek. Kocky vždy kladieme na rovnú podložku, ukladáme ich celou stenou k celej stene.
Tu je niekoľko príkladov stavieb.

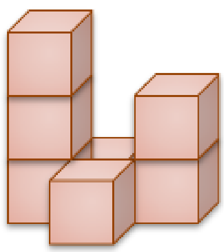
Obr.1 Stavby

Ak by sme tieto stavby posypali práškom a opatrne nadvihli, ostali by nám pod nimi nezafarbené časti. Tieto časti nazývame **stopou stavby = plán stavby**. Ak by sme sa na stavby pozerali zhora, videli by sme **plán stavby**. Stopa a plán stavieb sa zhodujú.



Ako zapísať či zakresliť stavbu? Stavby sa dajú kódovať, využijeme pri tom stopu stavby (plán stavby) = pôdorys. Do príslušných štvorčekov zapíšeme počet kociek, ktoré sú postavené na sebe.

<u>Príklad:</u>



3	1	2
	1	

<u>Príklad</u>: Zakódujte predchádzajúce stavby, ktoré sú na obrázku Obr.1 Stavby.

<u>Riešenie</u>

2	2	2
2		1

2	1
1	

2		
1	1	1

Riešenie aplikačných úloh

Grafické znázornenie nám dáva názornejšiu predstavu o stave, vývoji, prípadne skladbe vybraných údajov. Správnemu zostrojeniu grafu predchádza zhotovenie tabuľky početností.
Platí:
- ak pracujeme s viacerými údajmi, je vhodné ich zapísať do tabuľky
- údaje môžeme znázorniť graficky – najčastejšie sa používa stĺpcový graf a koláčový (kruhový) graf.

Graf nám však poslúži vtedy, ak je zhotovený jasne a správne:

- musí byť dostatočne popísaný
- nemôžeme porovnávať dva grafy vedľa seba alebo na obrázku v prípade, že nemajú rovnaké stupnice
- ak je v grafe príliš veľa, stáva sa neprehľadným

<u>Príklad:</u>

Stĺpcový diagram znázorňuje počet kníh v Jankovej knižnici. Janko má najviac rozprávkových kníh a najmenej má vedeckých kníh. Romány má 4 a encyklopédií má 6. V diagrame chýba označenie kníh, doplň ho.

Tabuľka s informáciami v riadkoch:

Knihy	Vedecké	Romány	Rozprávkové	Encyklopédie
Počet	2	4	12	6

alebo

Tabuľka s informáciami v stĺpcoch:

Knihy	Počet
Vedecké	2
Romány	4
Rozprávkové	12
Encyklopédie	6